

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Л. Я. Кулаковський, А. В. Босак

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ: ЛІНІЙНІ СИСТЕМИ

КУРСОВА РОБОТА

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою
«Інжиніринг автоматизованих електротехнічних комплексів»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2019

Рецензент *Чернявський А.В.*, канд. техн. наук, доц. кафедри
електропостачання

Відповідальний редактор *Лебедєв Л.М.*, канд. техн. наук, доц. кафедри автоматизації
управління електротехнічними комплексами

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 5 від
24.01.2019 р.)
за поданням Вченої ради ІЕЕ (протокол № 7 від 27.12.2018 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

Кулаковський Леонід Ярославович, канд. техн. наук, асист.
Босак Алла Василівна, канд. техн. наук, ст. викл.

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ: ЛІНІЙНІ СИСТЕМИ

КУРСОВА РОБОТА

Теорія автоматичного керування: Лінійні системи: Курсова робота [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Інжиніринг автоматизованих електротехнічних комплексів» / Л.Я. Кулаковський, А.В. Босак; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,1 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 34 с.
<http://ela.kpi.ua/handle/123456789/26328>

У представленому посібнику викладено основні положення необхідні для виконання курсової роботи з дисципліни «Теорія автоматичного керування: Лінійні системи», а саме: вимоги до оформлення пояснювальної записки, зміст та вміст кожного розділу.

Розглянуто синтез системи автоматичного керування, що містить контур з жорстким негативним зворотним зв'язком, а також дослідження розробленої системи на стійкість за допомогою різних критеріїв. При виконанні курсової роботи повинна бути забезпечена необхідна якість перехідного процесу досліджуваної системи. Результати дослідження моделюються за допомогою пакету прикладних програм MatLab.

Навчальне видання призначене для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», освітньою програмою «Інжиніринг автоматизованих електротехнічних комплексів».

© Л.Я. Кулаковський, А.В. Босак, 2019

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ ДО ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ	5
ЗАВДАННЯ НА КУРСОВУ РОБОТУ	7
ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ КУРСОВОГО ПРОЕКТУ.....	8
1. Створення функціональної схеми САР по принциповій схемі	8
2. Знаходження передавальної функції розімкнутої системи, замкнутої системи по задаючому впливу та замкнутої системи по збурюючому фактору	10
3. Аналіз систем автоматичного регулювання.....	12
3.1. Оцінка стійкості САР по кореню характеристичного рівняння системи	13
3.2. Дослідження стійкості системи за критерієм стійкості Гурвіца.....	15
3.3. Оцінка стійкості САР за допомогою критерію Михайлова	17
3.4. Оцінка стійкості САР за допомогою критерію Найквіста	19
4. Забезпечення необхідної якості процесу керування. Синтез САР	21
5. Оцінка якості перехідного процесу за результатами моделювання	21
Схема 1. Система автоматичного регулювання температури.....	23
Схема 2. Система регулювання швидкості обертання електродвигуна постійного струму	25
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	27

ВСТУП

У курсовій роботі з теорії автоматичного керування (ТАК) потрібно провести аналіз і синтез системи автоматичного регулювання (САР), що містить контур з жорстким негативним зворотним зв'язком. Система, що призначена для розрахунку, є лінійною системою третього порядку, диференціальні рівняння кожної ланки якої можуть бути складені із застосуванням відомих у електромеханіці законів.

САР складається з об'єкту регульованого та елементів управління, які впливають на об'єкт при зміні однієї або декількох регульованих змінних. Під впливом вхідних сигналів управління або впливом збурення змінюються регульовані змінні. Мета регулювання полягає у формуванні таких законів, при яких вихідні регульовані змінні мало відрізнялися б від необхідних значень. Рішення даного завдання у багатьох випадках ускладнюється наявністю випадкових збурень (перешкод). При цьому необхідно вибрати такий закон регулювання, при якому сигнали управління проходили б через систему з малими спотвореннями, а сигнали шуму практично не пропускалися.

Курсова робота виконується протягом семестру і сприяє закріпленню знань з дисципліни «Теорія автоматичного управління-1. Лінійні системи». Виконання роботи дозволить студентам отримати навички дослідження одноконтурних систем управління на стійкість різними способами, як з використанням ЕОМ, так і без їх використання.

ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ ДО ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Загальні положення

Курсову роботу студенти виконують на III семестрі навчання. Її оформляють як пояснювальну записку з доданням необхідних схем і графіків.

Зміст пояснювальної записки

Пояснювальна записка включає в себе: завдання, текстову частину про необхідними схемами та графіками і висновок (висновки по роботі), а також список використаної літератури і зміст.

Розділи пояснювальної записки нумерують арабськими цифрами з крапкою, а підрозділи – в межах кожного розділу. Номер підрозділу складається з номера розділу і підрозділу, між якими ставлять крапку. В кінці номера підрозділу також ставлять крапку. Якщо необхідно, зміст підрозділу ділять на пункти, які відповідно будуть мати потрібну нумерацію.

Найменування розділів повинні бути короткими. Їх пишуть прописними літерами посередині рядка. Крапку в кінці заголовка не ставлять.

У висновках по роботі приводять основні якісні та кількісні результати проведених досліджень і дають їх оцінку.

Список використаної літератури складають в алфавітному порядку. Кожне літературне джерело повинно містити прізвище та ініціали автора (авторів), місто, видавництво, рік видання і загальну кількість сторінок та бути оформлене згідно стандарту.

Зміст (заголовки) повинен мати покажчик сторінок. Його розміщують на початку пояснювальної записки. Пояснювальну записку підписує студент і вказує дату виконання роботи.

Виклад пояснювальної записки

Пояснювальна записка повинна бути написана чітко і коротко, терміни та визначення – єдині і відповідати стандартам сучасної науково-технічної літератури. У пояснювальній записці необхідно давати посилання на використану літературу (в квадратних дужках арабськими цифрами відповідно до номера джерела у списку використаної літератури).

Умовні літерні позначення фізичних величин і умовні графічні позначення дають відповідно до стандартів. Вони повинні мати одиницю виміру. Наприклад: $T_r = 0,7$ с. Формули, що наводяться в записці вперше, повинні бути пронумеровані арабськими цифрами в круглих дужках, наприклад:

$$\omega_{дв} (p) = \frac{K_{дв}}{T_M T_\epsilon p^2 + T_M p + 1} \quad (4)$$

Якщо в формулах є позначення, які раніше не зустрічалися, то необхідно дати їх пояснення.

Всі таблиці в пояснювальній записці нумерують.

У пояснювальній записці наводять всі необхідні схеми (структурні, функціональні, принципові), а також графіки обчислення і отримані результати.

Всі ілюстрації нумерують арабськими цифрами, наприклад: Рисунок 1, Рисунок 2 і т.д. На графіках можуть бути приведені передавальна функція і числові значення її параметрів і величин. На графіках ЛАЧХ позначають нахили її окремих ділянок.

ЗАВДАННЯ НА КУРСОВУ РОБОТУ

1. Детально описати призначення і принцип дії САР згідно із варіанту. Скласти структурну схему системи та визначити передавальні функції ланок.
2. Знайти передавальну функцію розімкнутої системи $W_{PC}(s)$; передавальну функцію замкненої системи по задаючому впливу $W_{3C}^g(s)$; передавальну функцію замкненої системи по збурюючому фактору $W_{3C}^f(s)$; передавальну функцію замкненої системи за похибкою регулювання $W_{3C}^e(s)$.
4. Аналіз систем автоматичного регулювання:
 - А) Дослідження стійкості системи САК по кореням характеристичного рівняння системи;
 - Б) Дослідження стійкості системи САК за критерієм Гурвіца;
 - В) Дослідження стійкості системи САК за критерієм Михайлова;
 - Г) Дослідження стійкості системи САК за критерієм Найквіста.
5. Побудувати криві перехідного процесу. Здійснити оцінку якості перехідного процесу за результатами моделювання.

ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ КУРСОВОГО ПРОЕКТУ

1. Створення функціональної схеми САР по принциповій схемі

Студентові необхідно по заданій принциповій схемі створити функціональну схему САР заданої системи.

Пояснювальна частина.

Будь-яка функціональна схема САР за відхиленням включає в себе об'єкт керування – ОК з вихідною регульованою величиною $x(t)$ і збурюючим впливом $-f$; пристрій керування – ПК, що забезпечує із заданою точністю стабілізацію вихідної величини x , тобто $x(t)=x_0=\text{const}$; задаючий пристрій – ЗП, що забезпечує необхідне значення x_0 ; зворотний зв'язок – ЗЗ; порівнюючий підсумовуючий пристрій – ППП (див. рис. 1.1).

У свою чергу ПК може складатися з підсилювального елемента, виконавчого пристрою і елементів послідовної або паралельної корекції.

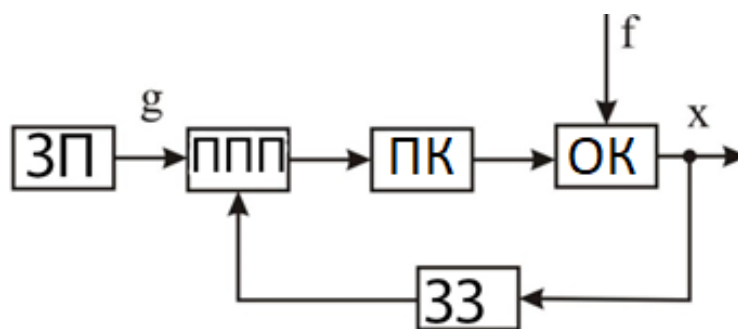


Рисунок 1.1 – Загальний вигляд функціональної схеми САР

Окрім того, в САР можливе додаткове регулювання по збурюючому фактору f , або задаючому впливу g або одночасно по збурюючому фактору і задаючому впливу (комбіноване керування).

ППП може бути реалізовано на операційному, електронному, магнітному або електромашинному підсилювачі, або на вимірювальному пристрої. Будь-які датчики, що перетворюють вихідну $x(t)$ регульовану величину ОК в електричний сигнал утворюють головний зворотній зв'язок.

Вихідна принципова схема САР розбивається на окремі пристрої і вузли з урахуванням функцій, що вони виконують. Необхідно пам'ятати, що в

функціональній схемі САР, в прямому каналі ланцюга проходження задаючого впливу g першим розташовується ЗП, а ОК – останнім (рис. 1.1).

Приклад 1. За принциповою схемою САР частоти обертання ДПС (двигун постійного струму) ω , представленої на рис. 1.2, скласти функціональну схему.

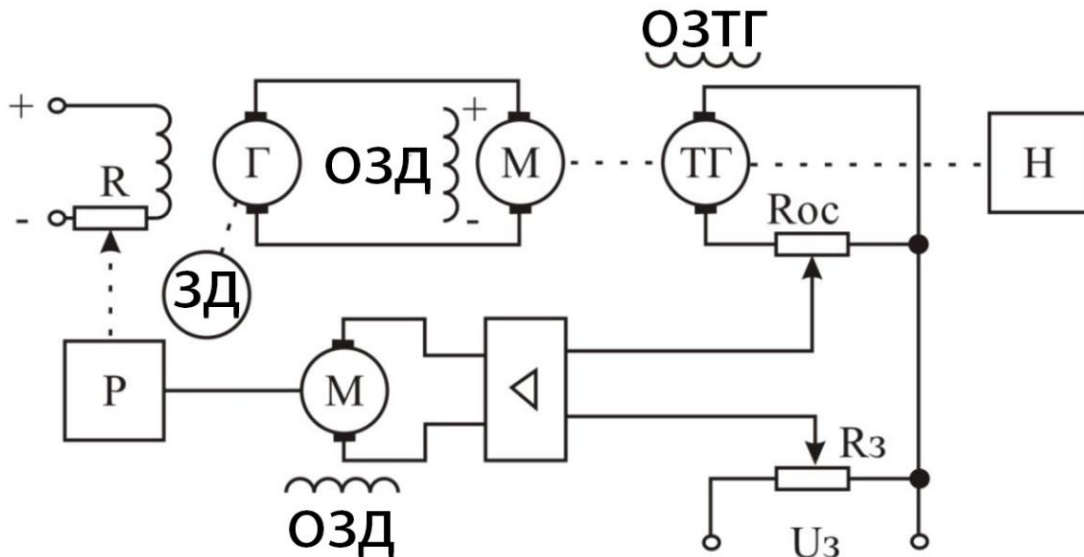


Рисунок 1.2 – Принципова схема САР частоти ω обертання ДПС

Задаючим пристроєм для САР є потенціометр R_3 . В функціональній схемі він розміщується на першому місці (див. рис. 1.3). Згідно назви САР об'єктом керування є ДПС, а його регульованою величиною – частота обертання ω . Тому в прямому каналі проходження сигналу U_3 він розташовується останнім. Напруга U_3 порівнюється з напругою U_{oc} і по черзі по ходу дії сигналу проходить через електронний підсилювач ЕП, серводвигун СД, редуктор Р, генератор постійного струму Г і надходить на ДПС. Тахогенератор ТГ є датчиком, що перетворює частоту ω в напругу U_{oc} , що знімається з потенціометра R_{oc} . Збурюючим фактором f в даній схемі САР є M_c .

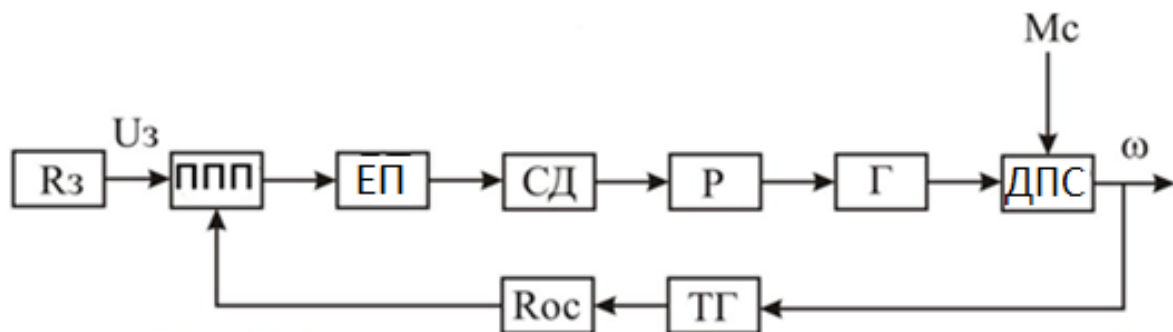


Рисунок 1.3 – Функціональна схема САР частоти ω обертання ДПС

Використовуючи правила структурних перетворень [1], необхідно отриману функціональну схему САР привести до вигляду структурної схеми, зображеної на рис. 1.4.

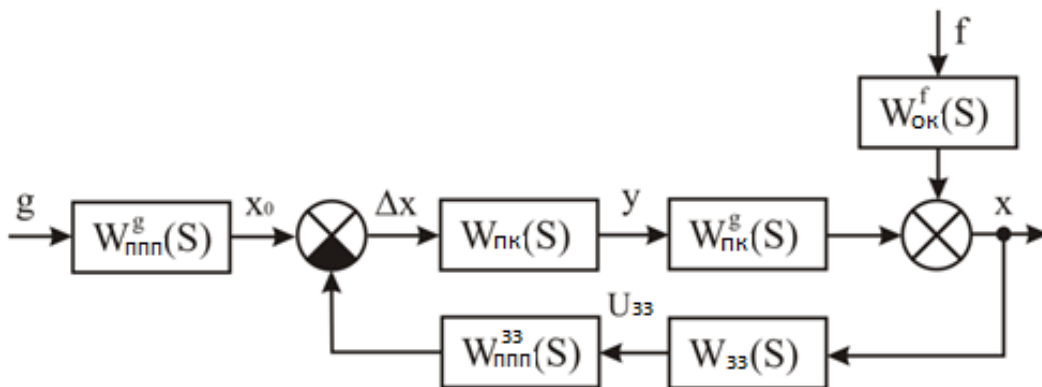


Рисунок 1.4 – Структурна схема САР

2. Знаходження передавальної функції розімкнутої системи, замкнутої системи по задаючому впливу та замкнутої системи по збурюючому фактору

Для отримання передавальної функції розімкнутої систем $W_{PC}(s)$ складемо структурну схему розімкнутої САР. Для цього в структурній схемі:

- діють всі впливи і ланцюги, прилеглі до них;
- розривається головний ЗЗ (зворотній зв'язок), а її ланцюг є продовження прямої ланцюга проходження впливу g (рис. 2.1).



Рисунок 2.1 – Структурна схема розімкнутої САР

Тоді можемо записати вираз для передавальної функції розімкнутої системи

$$W_{PC}(S) = W_{пк}(S) \cdot W_{ок}^g(S) \cdot W_{ппп}^{зз}(S) \cdot W_{зз}(S) \quad (2.1)$$

Для отримання передавальної функції замкнутої системи за одним із впливів скористаємося принципом суперпозиції. Структурна схема для отримання передавальної функції замкнутої системи по задаючому впливу представлена на рис. 2.2.

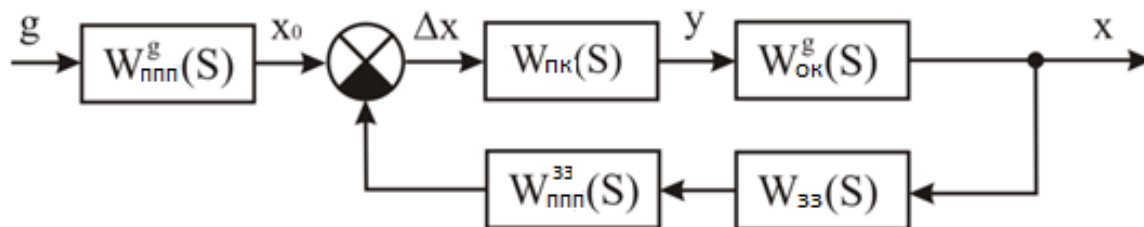


Рисунок 2.2 – Структурна схема САР по задаючому впливу

Запишемо вираз передавальної функції як

$$W_{3C}^g(S) = \frac{W_{пк}(S) \cdot W_{ок}^g(S) \cdot W_{ппп}^g(S)}{1 + W_{пк}(S) \cdot W_{ок}^g(S) \cdot W_{зз}(S) \cdot W_{ппп}^зз(S)} \quad (2.2)$$

В рівнянні 2.2 можна відзначити, що чисельником передавальної функції є передавальна функція $W_{пк}^g(S)$ прямої ланцюга проходження сигналу g . Тому можна записати:

$$W_{3C}^g(S) = \frac{W_{пк}^g(S)}{1 + W_{пк}(S)} \quad (2.3)$$

Структурна схема для отримання передавальної функції замкнутої системи по збурюючому фактору представлена на рис. 2.3.

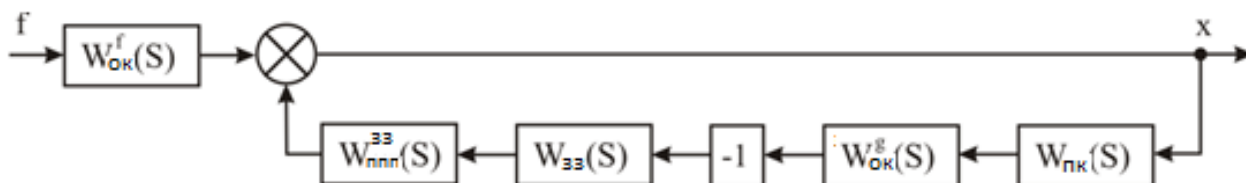


Рисунок 2.3 – Структурна схема САР по збурюючому фактору

Тоді вираз передавальної функції буде:

$$W_{3C}^f(S) = \frac{W_{ок}^f(S)}{1 - W_{пк}(S) \cdot W_{ок}^g(S) \cdot (-1) \cdot W_{зз}(S) \cdot W_{ппп}^зз(S)} \quad (2.4)$$

Або може бути представлено

$$W_{3C}^f(S) = \frac{W_{пк}^f(S)}{1 + W_{пк}(S)} \quad (2.5)$$

де $W_{пк}^f(S)$ – передавальна функція прямого каналу проходження збурюючого фактору.

Структурна схема для отримання передавальної функції замкнутої системи за похибкою регулювання $W_{3C}^e(S)$ представлена на рис. 2.4.

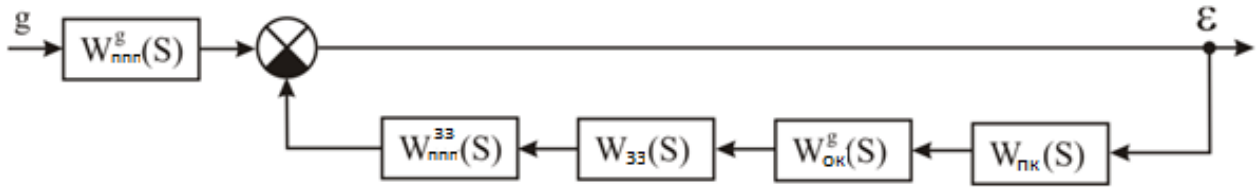


Рисунок 2.4 – Структурна схема САР за похибкою регулювання

$$W_{ЗС}^{\epsilon}(S) = \frac{W_{\text{ПІІІ}}^g(S)}{1 + W_{\text{ПК}}(S) \cdot W_{\text{ОК}}^g(S) \cdot W_{\text{ОС}}(S) \cdot W_{\text{ПІІІ}}^{\text{ЗЗ}}(S)} = \frac{W_{\text{ПР}}^{\epsilon}(S)}{1 + W_{\text{РС}}(S)}. \quad (2.6)$$

Аналізуючи рівняння (2.4)-(2.6), можемо зробити висновок, що передавальна функція замкнутої системи за допомогою одного з впливів Z дорівнює дробу

$$W_{ЗС}(S) = \frac{W_{\text{ПР}}^Z(S)}{1 + W_{\text{РС}}(S)}, \quad (2.7)$$

де $W_{\text{ПР}}^Z(S)$ – передавальна функція прямої ланцюга проходження сигналу Z .

Отримані вирази передавальних функцій системи необхідно привести до двоповерхового дробу.

3. Аналіз систем автоматичного регулювання

Студент повинен здійснити оцінку САР на стійкість до впливу збурюючих чинників за основними критеріями (кореневий характеристичного рівняння, Гурвіца, Михайлова та Найквіста).

Основний режим будь-якої системи автоматичного керування (САК) – динамічний. При нормальній експлуатації автоматичні системи повинні підтримувати певний режим роботи об'єкта регулювання при дії на нього багатьох збурюючих факторів. Така поведінка може бути досягнута тільки в САК, що мають стійкість до цих впливів. Стійкість системи означає, що малі зміни вхідного сигналу або будь-якого збурення початкових умов або установки не призведуть до значних відхилень вихідного сигналу. Таким чином, стійкість – це властивість системи повертатися у вихідний або близький до нього сталий режим після виходу з нього в результаті будь-якої дії.

3.1. Оцінка стійкості САР по кореню характеристичного рівняння системи

Пояснювальна частина.

Отриману структурну схему САР (рис. 1.4) з відповідними передавальними функціями замкнутої системи по задаючому впливу $W_{3C}^g(S)$ і збурюючому фактору $W_{3C}^f(S)$, можна зобразити як на рис. рис. 3.1.

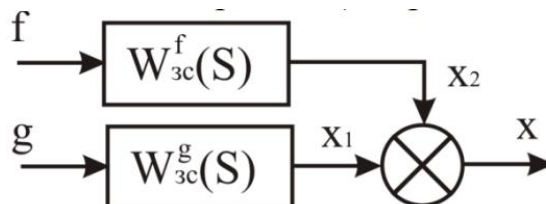


Рисунок 3.1 – Структурна схема САР із двома сигналами (задаючим та збурюючим)

Рівняння вихідного сигналу САР з величиною S :

$$X(S) = X_1(S) + X_2(S) = W_{3C}^g(S) \cdot G(S) + W_{3C}^f(S) \cdot F(S), \quad (3.1)$$

де $G(S)$, $F(S)$ – зображення задаючого $g(t)$ впливу і збурюючого фактору $f(t)$.

Отже, щоб дослідити перехідні процеси, що протікають в САР, необхідно застосувати до рівняння (3.1) зворотне перетворення Лапласа:

$$X(t) = L^{-1}[X_1(S) + X_2(S)] = L^{-1}[W_{3C}^g(S) \cdot G(S) + W_{3C}^f(S) \cdot F(S)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} W_{3C}^g(S) \cdot G(S) \cdot e^{st} ds + \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} W_{3C}^f(S) \cdot F(S) \cdot e^{st} ds. \quad (3.2)$$

Для визначення перехідного процесу використовується формула Хевісайда:

$$X(t) = U_0 \left[\frac{B(0)}{A(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{B(S_i)}{S_i A'(S_i)} e^{S_i t} \right], \quad (3.3)$$

де U_0 – амплітуда вхідного впливу; $A'(S_i)$ – значення похідної знаменника передавальної функції при відповідному значенні S_i ; n – кількість коренів характеристичного рівняння системи.

З рівняння (3.3) можна відзначити, що час t та корені характеристичного рівняння входять в показник експоненти. Корені характеристичного рівняння системи (рис. 3.2) можуть бути дійсними (корінь S_1), комплексно-спряженими (S_2 , S_3 , S_7 , S_8) та уявними (S_5 , S_6). Крім того, корені можуть розташовуватися: в лівій

півплощині, в правій або на осі ординат i , відповідно, будуть лівими, правими або нульовими.

Система буде стійка, якщо перехідний процес при $t \rightarrow \infty$ прямує до сталого значення $X(\infty) = X_{\text{вст}}$. А це означає, що показник експоненти рівняння 3.3 має бути негативним, тобто всі корені характеристичного рівняння системи повинні розташовуватися в лівій півплощині S_i -коренів (рис. 3.2).

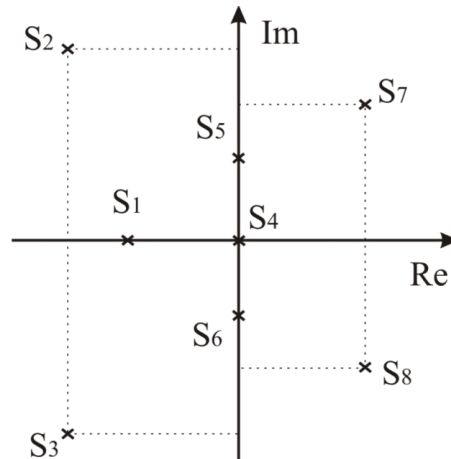


Рисунок 3.2 – Розташування S_i -коренів характеристичного рівняння

Для того, щоб САР була стійкою необхідно і достатньо щоб всі корені характеристичного рівняння системи були лівими. Якщо серед коренів характеристичного рівняння системи є хоча б один правий, а інші ліві, то САР є нестійкою.

Приклад.

Нехай передавальна функція замкнутої САР має вигляд:

$$W_{3C}(S) = \frac{59,2S+160}{0,14s^4+3,01s^3+15,31s^2+60,9s+161}. \quad (3.4)$$

В програмному продукті MatLab, використовуючи функцію `pole()` отримаємо значення коренів характеристичного рівняння системи

```
>> W=tf([59.2 160],[0.14 3.01 15.31 60.9 161])
```

Transfer function:

59.2 p + 160

0.14 p^4 + 3.01 p^3 + 15.31 p^2 + 60.9 p + 161

```
>> pole(W)
```

ans =
 -16.1139
 -0.6350 + 4.1153i
 -0.6350 - 4.1153i
 -4.1160

Висновок. Так як всі корені характеристичного рівняння знаходяться в лівій півплощині, то система є асимптотично стійкою.

3.2. Дослідження стійкості системи за критерієм стійкості Гурвіца

Пояснювальна частина.

Критерій стійкості Гурвіца є алгебраїчним. Він формулюється так: якщо характеристичне рівняння системи має вигляд

$$a_0 \cdot s^n + a_1 \cdot s^{n-1} + a_2 \cdot s^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot s + a_n = 0, \quad (3.5)$$

при чому $a_0 > 0$, то для стійкості лінійної САР необхідно і достатньо, щоб були позитивні визначники Гурвіца і всі його діагональні мінори.

Визначник Гурвіца є квадратною матрицею n- го порядку:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}.$$

Перший рядок містить всі непарні коефіцієнти до останнього, після чого рядок заповнюється до необхідного числа елементів нулями. Другий рядок включає в себе всі парні коефіцієнти і теж закінчується нулями. Третій рядок формується з першої, а четвертий – з другої зміщенням вправо на один елемент. На місце, що звільнилося при цьому, зліва, ставиться нуль. Аналогічно, зміщенням вправо на елемент утворюються всі наступні парні та непарні рядки з попередніх однойменних рядків.

В результаті в головній діагоналі визначника виявляються послідовно записані всі коефіцієнти, крім a_0 .

Критерій стійкості Гурвіца раціонально застосовувати для рівнянь не вище четвертого і п'ятого ступенів.

Для рівнянь першого та другого ступенів необхідним достатнім критерієм стійкості, є вимоги позитивності всіх коефіцієнтів рівняння. Отже, умова стійкості полягає в наступному: $a_0 > 0$; $a_1 > 0$; $a_2 > 0$.

Для рівняння третього ступеня виду:

$$a_0 S^3 + a_1 S^2 + a_2 S + a_3 = 0 \quad (3.6)$$

необхідно дотримуватися умови:

$$a_0 > 0; \Delta_1 = a_1 > 0; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 \\ a_0 a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0; \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 0 \\ a_0 a_2 0 \\ 0 a_1 a_3 \end{vmatrix} = a_3 \Delta_2 > 0. \quad (3.7)$$

Отже, в цьому випадку потрібно не тільки позитивність всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння, а й дотримання умови $\Delta_2 > 0$.

Аналогічно можна отримати умови стійкості для рівняння четвертого ступеня у вигляді вимоги позитивності всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння і $\Delta_3 > 0$. Для рівняння четвертого ступеня:

$$a_0 S^4 + a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4 = 0; a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0; a_4 > 0; a_1 a_2 a_3 > a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 \quad (3.8)$$

Для визначення значення критичного коефіцієнта $K_{кр}$ системи достатньо скористатися передостаннім визначником, і, прирівнявши його до нуля, знаходимо значення $K_{кр}$.

Приклад.

Перевірити стійкість САР, що має характеристичне рівняння:

$$S^4 + 8 S^3 + 18 S^2 + 16 S + 5 = 0;$$

$$\Delta_3 = a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 = 8 \cdot 18 \cdot 16 - 1 \cdot 16^2 \cdot 5 = 1848 > 0;$$

$$K_{кр} = 1848.$$

Система стійка.

3.3. Оцінка стійкості САР за допомогою критерію Михайлова

Пояснювальна частина.

Цей критерій є частотним, і для оцінки стійкості САР необхідно отримати рівняння кривої Михайлова. Для цього скористаємося характеристичним рівнянням замкнутої системи (3.5).

$$A(s) = a_0 \cdot s^n + a_1 \cdot s^{n-1} + a_2 \cdot s^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot s + a_n = 0. \quad (3.5)$$

Переходимо в частотний діапазон. Для цього замінюємо $S_j \rightarrow \omega$ та виділяємо дійсну і уявну складові. Отримане рівняння кривої Михайлова матиме вигляд:

$$\begin{aligned} D(j\omega) &= a_0 \cdot (j\omega)^n + a_1 \cdot s(j\omega)^{n-1} + a_2 \cdot (j\omega)^{n-2} + \dots + a_{n-1} \cdot (j\omega) + a_n = \\ &= U(\omega) + jV(\omega), \end{aligned} \quad (3.9)$$

де $U(\omega)$, $V(\omega)$ – дійсна і уявна складові рівняння кривої Михайлова.

Крива Михайлова будується за рівнянням (3.11) в комплексній площині (рис. 3.3).

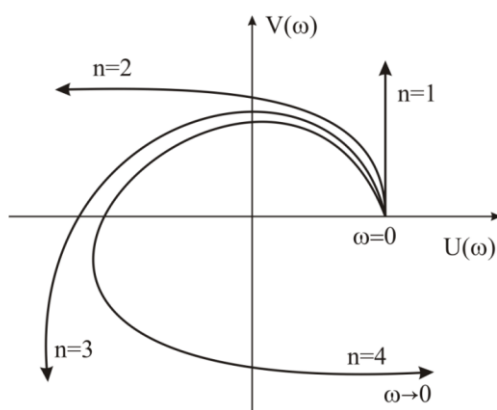


Рисунок 3.3 – Криві Михайлова, побудовані для $n=1$, $n=2$, $n=3$, $n=4$

Для того, щоб САР була стійкою необхідно і достатньо виконання наступних умов:

- при $\omega = 0$ годограф кривої Михайлова повинен починатися з позитивної дійсної осі;
- при зміні частоти $\omega = 0$ до ∞ годограф кривої Михайлова повинен:
 - по чергово змінювати квадранти;
 - не проходити через нуль;
 - рухатись в позитивному (проти годинникової стрілки) напрямку;

- пройти n квадрантів.

Якщо годограф кривої Михайлова за відповідної частоти не дорівнює нулю, проходить через початок координат, то система є нейтральною. При невиконанні хоча б одного із сформульованих умов система є нестійкою.

Приклад

Запишем знаменник передавальної функції $W_{3C}(S)$ замкнутої системи із рівняння (3.4):

$$A(s) = 0,14 \cdot s^4 + 3,01 \cdot s^3 + 15,31 \cdot s^2 + \dots + 60,9 \cdot s + 161 \quad (3.10)$$

Зробимо заміну $S=j\omega$:

$$A(j\omega) = 0,14 \cdot \omega^4 + 3,01 \cdot j\omega^3 + 15,31 \cdot \omega^2 + \dots + 60,9 \cdot j\omega + 161 \quad (3.11)$$

Розіб'ємо частотну характеристику на дійсну і уявну частини:

$$A(j\omega) = P(\omega) + j \cdot Q(\omega)$$

$$P(\omega) = 0,14 \cdot \omega^4 - 15,31 \cdot \omega^2 + 161$$

$$Q(\omega) = -3,01 \cdot \omega^3 + 60,9 \cdot \omega$$

(3.12)

Використовуючи вбудовану функцію `plot()` в MatLab побудуємо годограф Михайлова і визначимо стійкість системи:

```
>> w=0:0.01:10  
>> p=0.14*w.^4-15.31*w.^2+161  
>> q=-3.01*w.^3+60.9*w  
>> plot(p,q)  
>> grid
```

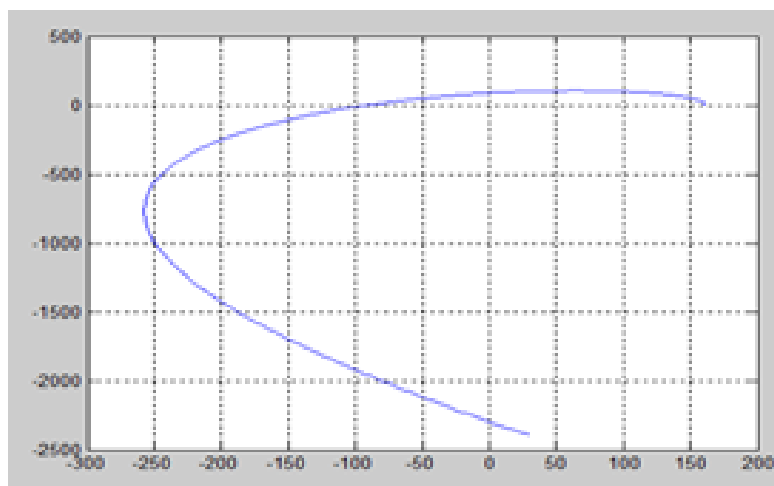


Рисунок 3.4 – Годограф Михайлова

Відповідно до вигляду годографа Михайлова (рис. 3.4) помітно, що система стійка, оскільки годограф починається на дійсній позитивній осі і проходить проти годинникової стрілки n -квadrantів, де n -порядок системи. В даному випадку $n = 4$.

3.4. Оцінка стійкості САР за допомогою критерію Найквіста

Пояснювальна частина.

Цей критерій є частотним, і для оцінки стійкості САР необхідно скористатися передавальною функцією розімкнутої системи. Перейшовши в частотний діапазон (замінивши $s \rightarrow j\omega$), необхідно побудувати годограф АФЧХ розімкнутої системи. Особливістю даного критерію є те, що по вигляду годографа АФЧХ розімкнутої системи оцінюється стійкість САР в замкнутому стані.

Система автоматичного керування в розімкнутому стані може бути стійкою або нестійкою або нейтральною. Тому існує два підходи в оцінці стійкості системи.

I. Підхід. Система в розімкнутому стані стійка. Якщо система в розімкнутому стані стійка, то для того, щоб вона була стійкою і в замкнутому стані, необхідно і достатньо щоб годограф АФЧХ розімкнутої системи не охоплював точку з координатами $[-1; j0]$.

Якщо годограф АФЧХ розімкнутої системи охоплює точку з координатами $[-1; j0]$, то система в замкнутому стані є нестійкою. І, якщо годограф АФЧХ розімкнутої системи проходить через точку з координатами $[-1; j0]$, то система в замкнутому стані є нейтральною, тобто знаходиться на межі стійкості.

На рис. 3.5, 1 – САК в замкнутому стані є стійкою, для 2 – нейтральної, для 3 – нестійкою.

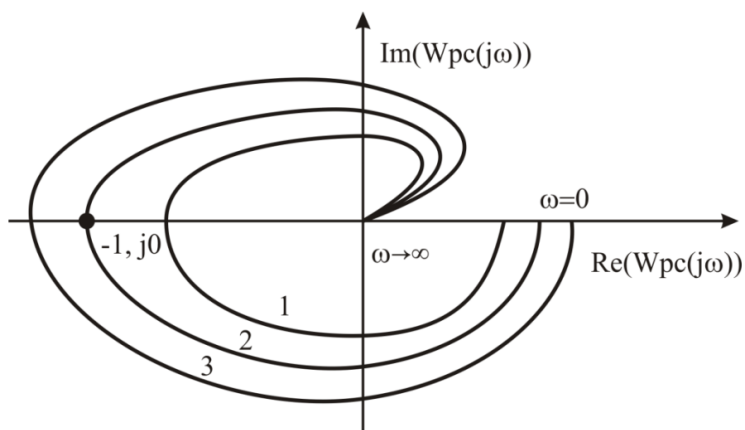


Рисунок 3.5 – Годографи АФЧХ розімкнутої системи

II. Підхід. Система в розімкнутому стані є нестійкою або нейтральною.

В даному випадку, в характеристичному рівнянні розімкнутої системи серед лівих коренів є хоча б один правий корінь або нульовий.

Якщо система в розімкнутому стані є нестійкою або нейтральною, то для того, щоб вона була стійкою і в замкнутому стані, необхідно і достатньо щоб годограф АФЧХ розімкнутої системи охоплював точку з координатами $[-1; j0]$ в позитивному напрямку $K/2$ раз, де K – кількість правих чи лівих коренів.

На рис. 3.6 зображений годограф АФЧХ нестійкої розімкнутої системи, яка має один правий корінь

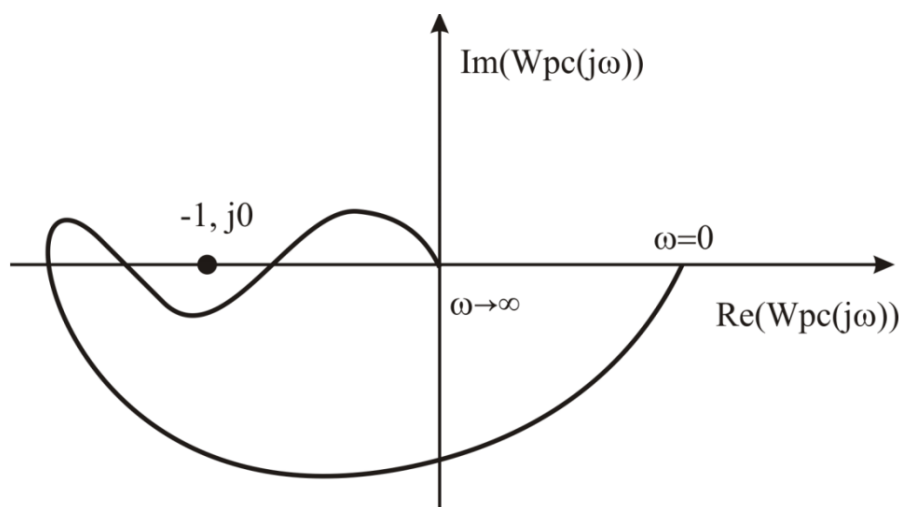


Рисунок 3.6 – Годограф АФЧХ розімкнутої системи при $K=1$

Годограф АФЧХ охоплює точку з координатами $[-1; j0]$ в позитивному напрямку 0,5 рази, отже, система в замкнутому стані є стійкою.

Приклад. Нехай передаточна функція розімкнутої системи:

$$W_{PC}(S) = \frac{59,2S+160}{0,14s^4+3,01s^3+15,31s^2+60,9s+161} \quad (3.13)$$

Використовуючи вбудовану функцію `nyquist()` в `MatLab` побудуємо годограф Найквіста і визначимо стійкість системи:

```
>> W=tf([59.2 160],[0.14 3.01 15.31 60.9 161])
```

```
Transfer function:
```

```
59.2 p + 160
```

```
-----
```

```
0.14 p^4 + 3.01 p^3 + 15.31 p^2 + 60.9 p + 161
```

```
>> nyquist(W)
```

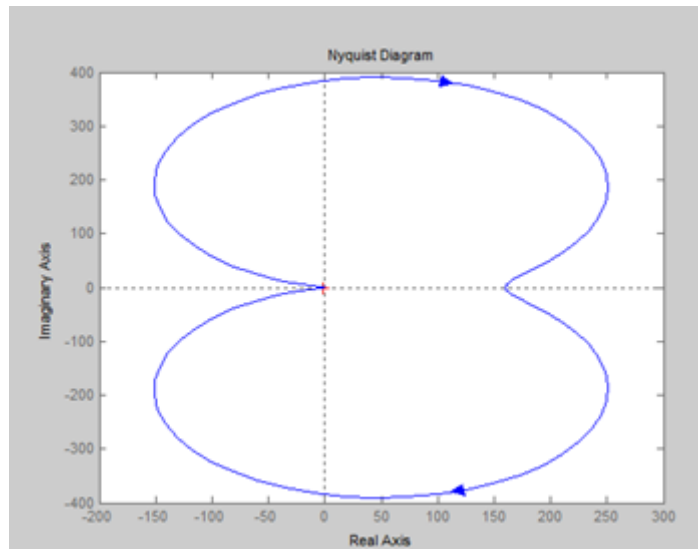


Рисунок 3.7 – Годограф Найквіста

Так як на рисунку 3.7 не видно точки з координатою $(-1; j0)$, тому важко оцінити стійкість системи. Для того щоб оцінити стійкість наблизимо годограф так, щоб було видно точку з координатою $(-1; j0)$.

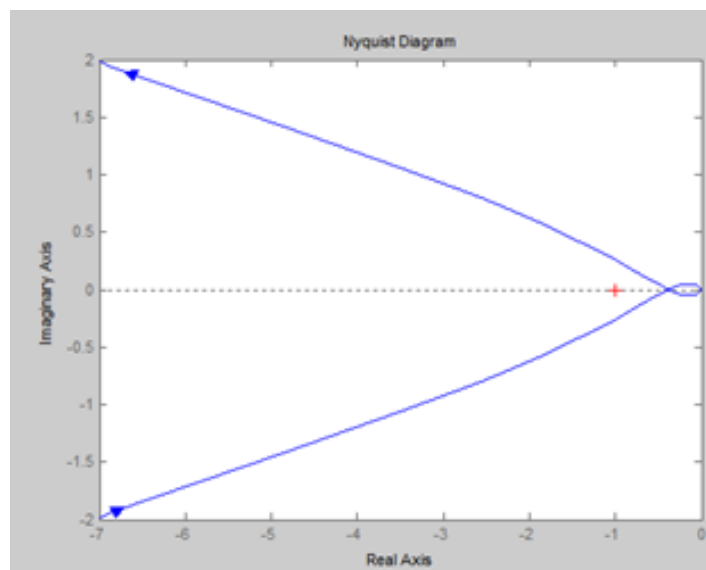


Рисунок 3.8 – Годограф Найквіста

Так як годограф Найквіста (рис. 3.8) розімкнутої системи не охоплює точку з координатою $(-1; j0)$, то замкнута система є стійкою.

4. Оцінка якості перехідного процесу за результатами моделювання

За результатами моделювання в пояснювальній записці необхідно проаналізувати якість перехідного процесу САР з та без коригуючого пристрою і зробити відповідні висновки. Якість процесу повинна бути проаналізована за

такими параметрами як величина перерегулювання σ , %, час перехідного процесу t_n та похибка регулювання Δy .

Схильність системи до коливань, а отже, і запас стійкості можуть бути охарактеризовані максимальним значенням керованої величини y_{\max} або так званим перерегулюванням

$$\sigma\% = \frac{y_{\max} - y(\infty)}{y(\infty)} 100\%, \quad (5.1)$$

де $y(\infty) \neq 0$ представляє собою стає значення керованої величини після завершення перехідного процесу.

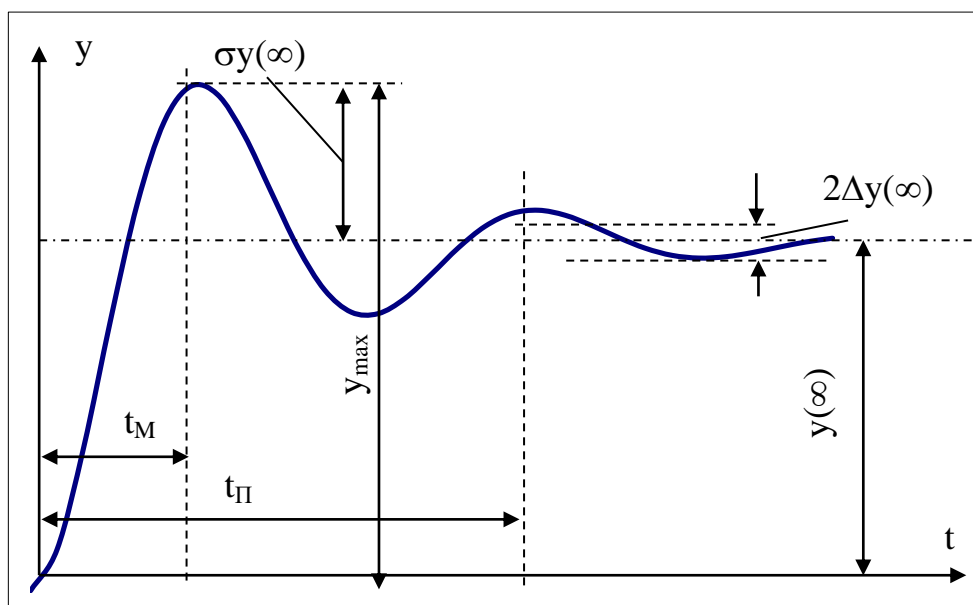


Рисунок 4.1 – Графік перехідного процесу з показниками його якості

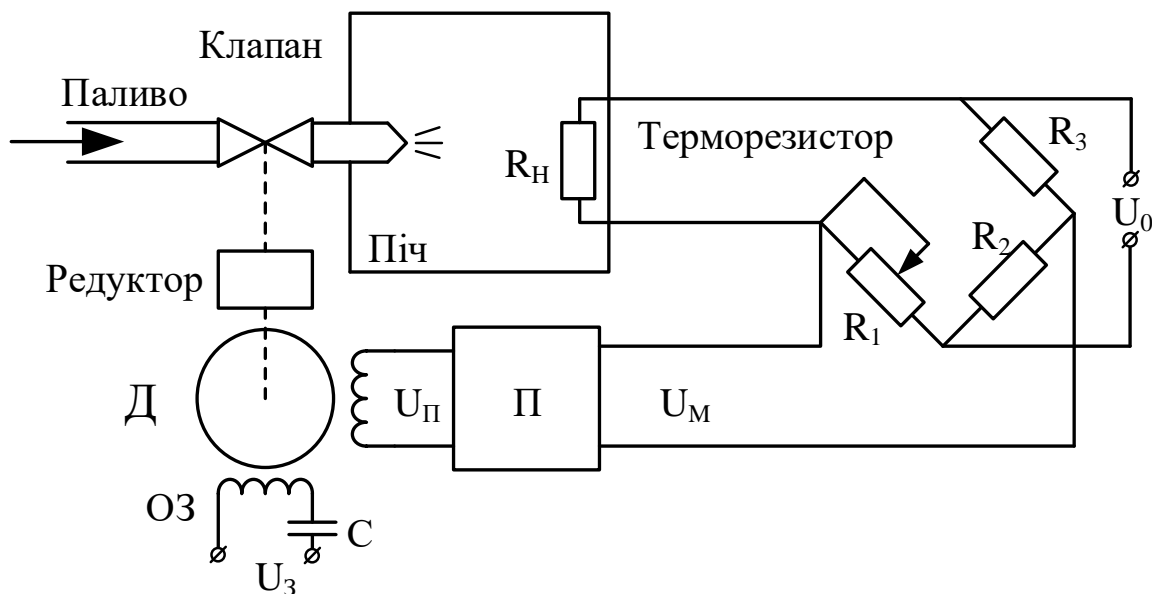
У більшості випадків вважається, що запас стійкості є достатнім, якщо величина перерегулювання не перевищує (10 ... 30)%. Однак в деяких випадках потрібно, щоб перехідний процес протікав взагалі без перерегулювання, тобто був монотонним.

Швидкодія системи визначається по тривалості перехідного процесу t_n . Тривалість перехідного процесу визначається як час від моменту надходження на вхід одиничного сигналу до моменту, після якого має місце нерівність

$$|y(t) - y(\infty)| \leq \Delta \cdot y(\infty) = \Delta_1,$$

де Δ_1 – задана мала постійна величина, яка представляє допустиму похибку. Як правило, величина $\Delta = 0,01 \dots 0,05$.

Схема 1. Система автоматичного регулювання температури



На схемі Θ – температура печі (регульована величина); θ_3 – задане значення температури печі; $\Delta\Theta = \theta_3 - \Theta$ – відхилення температури; U_0 – напруга живлення моста; U_M – вихідна напруга моста; U_K, U_3 – напруги відповідно керування і збудження двигуна; μ – переміщення клапана; f – збурення.

Характеристика роботи схеми

Об'єкт регулювання представляє собою піч, у якій подане паливо спалюється й утворюється пропорційна масі палива кількість теплоти, що спричиняє підвищення температури в печі. Отримана теплота розсіюється у навколишнє середовище та йде на зміну структури та агрегатного стану речовин у печі.

Усталений режим об'єкта регулювання характеризується рівністю кількості теплоти, що утворюється в печі внаслідок згоряння палива, і розсіюваної у навколишнє середовище. Вхідною величиною є витрата палива, а вихідною – температура в печі.

Електричний міст складається з резисторів R_2, R_3 , змінного резистора R_1 і термометра опору (терморезистора). Термометр опору вимірює фактичну температуру в печі. За допомогою зміни опору резистора і задають бажану температуру в печі. Вхідна величина містка – температура в печі, а вихідна – напруга розбалансу. Напруга U_{II} , що подається на якір двигуна постійного струму з незалежним збудженням. Залежно від полярності напруги U_{II} вал двигуна переміщуватиме клапан в одну чи іншу сторону, збільшуючи або зменшуючи подачу палива. Вхідна величина двигуна з валом є підсилена напруга розбалансу, а

вихідна – кут повороту валу. Редуктор представляє собою пристрій механічно зв'язаний з клапаном, який регулює подачу палива до об'єкту регулювання. Редуктор передає обертовий момент з валу електричного двигуна на клапан, таким чином регулює витрату палива, яка подаються на об'єкт регулювання.

Рівняння елементів системи

$$\text{Об'єкт регулювання } T_0 \frac{d\theta}{dt} + \theta = K_0\mu - K_1f;$$

$$\text{Міст } -U_M = K_M\Delta\theta;$$

$$\text{Підсилювач } -U_{\Pi} = K_{\Pi}U_M;$$

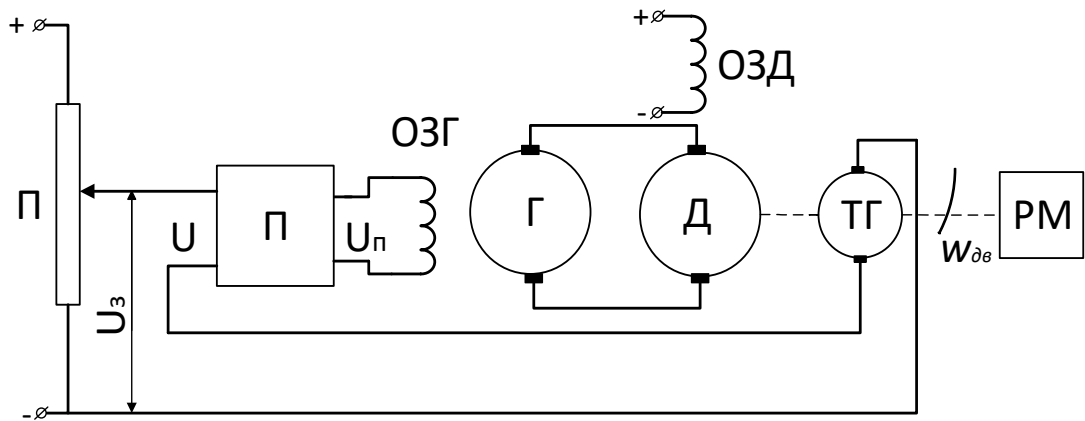
$$\text{Двигун з редуктором } -T_{\text{дв}} \frac{d^2\mu}{dt^2} + \frac{d\mu}{dt} = K_{\text{дв}} U_{\text{к}}.$$

Таблиця 1. Вихідні дані для схеми 1

Варіант	T_0 с	K_0 °С/см	K_1 °С/см	K_M В/°С	K_{Π}	$T_{\text{дв}}$ с	$K_{\text{дв}}$ см/(В·с)	f см
1	2.5	5.0	1.2	0.8	20	0.050	0.10	0.5
2	1.8	4.5	1.5	0.9	15	0.040	0.15	0.6
3	1.7	4.0	2.0	1.0	10	0.030	0.20	0.7
4	1.6	3.5	0.5	0.5	20	0.020	0.50	0.8
5	1.5	3.0	0.6	0.4	25	0.015	0.40	0.9
6	1.4	2.5	0.7	0.3	22	0.016	0.35	1.0
7	1.3	2.0	0.8	0.2	18	0.017	0.30	1.1
8	1.2	1.5	0.3	1.2	14	0.022	0.35	1.5
9	5.0	1.0	0.4	1.3	12	0.024	0.25	0.2
10	4.5	0.8	0.5	1.4	10	0.026	0.20	0.3
11	4.0	0.5	1.1	1.4	20	0.028	0.15	0.4
12	3.5	1.5	1.2	1.6	15	0.030	0.25	0.3
13	3.0	2.0	1.3	1.7	18	0.033	0.30	0.8
14	2.5	2.5	1.4	0.4	25	0.036	0.15	0.7
15	2.2	3.2	1.5	0.5	22	0.038	0.20	0.6
16	2.0	3.8	1.6	0.6	10	0.040	0.25	2.0
17	4.2	4.0	1.7	0.7	12	0.042	0.15	1.2
18	3.8	4.2	1.8	0.8	15	0.045	0.12	1.3
19	3.4	4.4	1.9	0.9	18	0.050	0.15	1.4
20	2.5	4.5	2.0	1.0	20	0.055	0.20	1.5

Час перехідного процесу САР не повинен перевищувати 0,2 с.

Схема 2. Система регулювання швидкості обертання електродвигуна постійного струму



На схемі П – задаючий потенціометр; П – підсилювач; Д – двигун; Г – генератор; ТГ – тахогенератор; РМ – робочий механізм (навантаження); $\omega_{дв}$ – кутова швидкість двигуна.

Характеристика роботи схеми.

Швидкість обертання валу двигуна постійного струму (ДПС) задається напругою U_3 , яка через опір потенціометра R_3 подається на вхід операційного підсилювача. На нього також подається напруга з тахогенератора $U_{ТГ}$. При збільшенні навантаження M_C зменшується швидкість обертання валу двигуна ω_d і відповідно знижується напруга тахогенератора $U_{ТГ}$. Сумарна напруга $U_{Г}$ збільшується. Таким чином, збільшується напруга обмотки збудження генератора (ОЗГ), напруга на двигуні та кутова швидкість. При зменшенні навантаження M_C збільшується напруга тахогенератора $U_{ТГ}$. Сумарна напруга $U_{Г}$ зменшується, при цьому зменшується напруга ОЗГ і знижується кутова швидкість ДПС. САР є статичною, тому працює зі статичної похибкою, яка не повинна перевищити заданої величини.

Рівняння елементів системи

Рівняння замикання: $U = U_3 - U_{ТГ}$;

$$U - T_y \frac{dU_x}{dt} + U_y = K_y U; \quad \Gamma - T_{\Gamma} \frac{dU_{\Gamma}}{dt} + U_{\Gamma} = K_{\Gamma} U_y;$$

$$D - T_{дв} \frac{d\omega_{дв}}{dt} + \omega_{дв} = K_{дв} U_{\Gamma} - K_M M_C; \quad ТГ - U_{ТГ} = K_{ТГ} \omega_{дв}.$$

Таблиця 2. Вихідні дані до схеми 2

Варіант	$K_{ПС}$	$T_{ПС}$ с	$K_{Г}$	$T_{Г}$ с	$K_{дв}$ об/(хв·В)	$T_{дв}$ с	$K_{М}$ об/(Н·м)	$M_{С}$ Н·м	$K_{ТГ}$ В·хв/об
1	4.5	0.020	2.0	0.10	10.0	0.50	0.2	5.0	0.10
2	5.0	0.015	1.8	0.12	9.5	0.60	0.3	6.0	0.09
3	4.0	0.022	1.7	0.15	9.0	0.70	0.4	7.0	0.08
4	6.0	0.030	1.6	0.20	9.5	0.80	0.5	8.0	0.07
5	5.8	0.025	1.5	0.16	8.0	0.65	0.6	9.0	0.06
6	4.2	0.020	2.0	0.25	15.0	0.75	0.7	10.0	0.05
7	3.5	0.018	2.5	0.22	14.0	0.80	0.8	1.0	0.04
8	6.0	0.014	2.1	0.30	13.0	0.75	1.2	0.9	0.05
9	6.5	0.012	2.2	0.16	12.0	0.50	1.3	0.6	0.06
10	7.0	0.017	2.3	0.20	10.0	0.80	1.5	0.7	0.07
11	4.5	0.015	1.5	0.25	12.5	0.85	0.8	2.5	0.08
12	5.0	0.011	1.5	0.22	13.5	0.60	0.7	0.5	0.09
13	10.0	0.017	1.7	0.15	14.5	0.55	0.6	0.3	0.05
14	6.0	0.025	1.8	0.12	11.0	0.50	0.5	0.4	0.08
15	10.0	0.020	1.9	0.10	15.0	0.60	0.4	0.8	0.05

Час перехідного процесу САР не повинен перевищувати 0,1 с.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лукас В.А. Теорія автоматического управления / В.А. Лукас. – М.: Недра, 1990. – 414с.
2. Иванов А.А. Теорія автоматического управления / А.А. Иванов. – М.: Недра, 1970. – 352 с.
3. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – М.: "Профессия", 2004. – 747 с.
4. Власов К.П. Теория автоматического управления / К.П. Власов. – Харьков.: Изд-во "Гуманитарный центр", 2007. – 526 с.
5. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник в 5-и тт. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под ред.. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ, 2004. – 656 с.
6. Попович М.Г. Теорія автоматичного керування : підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл. / М.Г.Попович, О.В. Ковальчук.– К. : Либідь, 2007.– 656 с.
7. Гоголюк П.Ф. Теорія автоматичного керування: Підручник / П.Ф. Гоголюк, Т.М. Гречин– Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2008. – 285 с.
8. Милехин Л.Н. Основы теории управления. Учебно-методическое пособие / Л.Н. Милехин. – Казань: Академия управления «ТИСБИ», 2011 – 161 с.